



TITLE:

# 3体歯車系の動き (複雑流体の構造形成と崩壊の数理)

AUTHOR(S):

栗津, 暁紀

---

CITATION:

栗津, 暁紀. 3体歯車系の動き (複雑流体の構造形成と崩壊の数理). 数理解析研究所講究録 2005, 1413: 139-141

ISSUE DATE:

2005-02

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/26210>

RIGHT:

### 3 体歯車系の動き

東京大学 大学院理学系研究科 栗津 暁紀 (Akinori Awazu)<sup>1</sup>

Dept. of Physics, Univ. of Tokyo

3つの歯車が存在し、各々が別の二つと常に接触しているような状況で、何れか一つにトルクをかけ、回転させる。すると残り2つの歯車間に、相反する方向のトルクがかかった、フラスレートした状況が実現する。この場合、もしこれらの歯車が硬く頑丈にできているならば、この2つの歯車は（歯を壊さない限り）回ることはできない。では、それらの歯車が柔らかく、いくらか変形が可能である場合は、どうであろうか？本小文ではそれを問う。

#### はじめに

生体内には分子機械と呼ばれる多種多様な蛋白が存在し、それらによって様々な機能、エネルギーや情報の伝達、変換、貯蓄（記憶）や識別等が行われている。しかしこれらの”機械”は、環境の熱揺らぎ等の影響を大いに受けてしまうほど小さく、また我々にとってより日常的なマクロな機械と比べ、考えられないほど柔らかく不定形なものである事が知られている。よって本当に十分な機能を実現できるのか？と疑いたくもなる。しかし実際、分子機械は非常に効率的に働いていることが知られている。つまり、どうやらそのような柔らかい機械の動作原理は、マクロな機械の動作原理と大きく異なっており、マクロな機械での知見はあまり参考にならないようである。

ではそのような柔らかい機械は、マクロな硬い材質の機械と比べ、どのような動作（運動）特性の違いがあり、またどのような機能が可能（不可能）であるのか。このような疑問を頭に浮かべつつ、今回、マクロな硬い機械が動作するには明らかに不都合があるような状況を設定し、その状況における柔らかい機械の動作を眺めていく。機械といってすぐ想像されるものが、幾つかの歯車の連結物であるという人は少なくないだろう<sup>2</sup>。そこで以下に述べるような多体モデル歯車系を用い、上記の問を考える。そのことにより、（マクロな）硬い系（機械）と（ミクロな）柔らかい系（機械）との間にある論理の違いを浮き彫りにしていく。

#### モデル

理想的な結合歯車系を、以下のようにモデル化する。まず、ある一点を回転軸とし、先端に斥力相互作用をする粒子を一つ持つ剛体棒（長さ1）の、集団を考える。すると図1に見られるような歯車状の構造を一つ構成することができる。そしてそのような歯車を複数構成し、各歯車の回転軸を空間に固定することで、結合歯車系が構成される。ここで各棒の先端にいる粒子の運動は以下の方程式に従う。

$$\ddot{\vec{r}}_{ij} = - \left[ \sum_{i' \neq i, j' \neq j} C_{jj'}^{ii'} V(|\vec{r}_{ij} - \vec{r}_{i'j'}|) \right] \vec{r}_{ij} \quad (1)$$

$$V(r) = 1/r \quad (2)$$

ここで  $i, i'$  は歯車の番号、 $j, j'$  は各歯車に属する粒子の番号とする。今回は  $C_{jj'}^{ii'}$  を  $C_{jj'}^{ii'} = A$  ( $i = i'$ )、 $C_{jj'}^{ii'} = 1$ 、( $i \neq i'$ ) と置き、また粒子間相互作用として Eq.(2) のような形を用いた<sup>3</sup> こ

<sup>1</sup> E-mail: awa@complex.c.u-tokyo.ac.jp

<sup>2</sup> チャップリン「モダンタイムス」等

<sup>3</sup> 棒の先端に磁石がはめ込まれたこのような玩具が、実際に市販されている。

の系では、粒子の運動が歯車の運動を表し、パラメーター  $A$  を変えることで、個々の歯車の硬さを連続的に変化させることができる。

### 歯車の動き

このようなモデル歯車系について、歯車の硬さ  $A$  を調整しながら、外部から掛けられたトルクに対する動作を眺めていく。本小文では特に、1つ当たり3つの歯からなる歯車を、P) 2つ並べた場合、T) 正三角形状に3つ並べた場合、について考え、ある一つの歯車にトルクを掛けた際に見られる系の応答に注目する。ここで設定 T) の場合、各歯車間に相反する方向へのトルクが働く、フラストレートした状況が実現することが、すぐわかる。実は以下に示すように、このようなフラストレートした設定を用いると、硬い系と柔らかい系の持つ性質が如何に違うのかを明快に見ることができる(歯の数が3以上であれば、下記と同様の現象は得られるられる。 )。

図1 (a)(b) は十分硬い歯車が (a) 結合 P)、(b) 結合 T) のもとで示す、典型的な時間発展を示したものである。ここでは  $A = 70$ 、 $L = 1.8$  とし、各図中、最も左の歯車 (Gear 1) に時計回りのトルクをかけ、回転させている。まず (a) では、2つの歯車がそれぞれ時計回り、反時計回りに回転している。つまり結合 P) の下では、ある歯車に掛けられた回転が他方に伝達していくことを示している。一方結合 T) のもとでは、トルクの掛けられている歯車以外に、回転は生じていない(図1 (b))。これは、歯車間の相互作用により、それぞれに相反する方向へのトルクが働くためである。これらの性質は、我々のよく知るマクロな硬い歯車の持つ普通の性質である。

上記のような硬い歯車系のもつ性質を踏まえ、次に柔らかい歯車系の挙動を眺める。図1 (c)(d) は、ある程度柔らかい歯車が (c) 結合 P)、(d) 結合 T) のもとで示す、典型的な時間発展を示したものである。ここでは  $A = 7$ 、 $L = 1.8$  とし、先と同様、各図中最も左の歯車 (Gear 1) に時計回りのトルクをかけ、回転させている。まず図1全体の比較より柔らかい歯車系では、硬い歯車系と異なり、各歯車が大きく変形している事が分かる。このように歯車が変形し易いと、歯車同士の噛み合は、力がかかる事によって解けてしまう。よって(c)に見られるように、歯車が柔らかくなると、結合 P) の下では歯車の回転が他方に伝搬されず、空回りしてしまう。

一方歯車が柔らかい場合、結合 T) のもとでは、(d)に見られるように、トルクのかかった歯車の回転が他の歯車へ伝達される。具体的には、歯車1 (Gear 1) の回転が時計回りの場合、歯車2 (Gear 2) が反時計回りに(図1 (d))、歯車1 (Gear 1) の回転が反時計回りの場合、歯車3 (Gear 3) が時計回りに回転する。この場合も、2歯車間の噛み合はやはり十分ではないため、回転している2歯車間に直接力が伝わっているわけではない。詳細は省略するが、この場合、トルクの掛かった歯車からもう一つの歯車へ、回転の生じない第3の歯車を介して力が伝わり、その歯車の回転を誘起しているのである<sup>4</sup>。

このように、同じような設計思想で構成された系(機械)においても、硬い系(機械)と柔らかい系(機械)で明確に異なる(正反対に近い)動作を実現していることが分かる<sup>5</sup>。

### 最後に

本小文では結合歯車系の示す、部分的に掛けられたトルクに対する応答について、特に系の「柔らかさ」に注目し議論した。このような、系の「柔らかさ」の変化に対する動作特性、応答の変化は、今回紹介したものだけでなく、様々な形で現れる。例えば柔らかい歯車系では、ある1つ

<sup>4</sup> 詳細は現在作成中の論文を御参考下さい。

<sup>5</sup> 生体高分子の物性(硬さ等)は、低分子やイオン等の修飾によって大きく変化する。この事と今回得られた事実が、環境(物質濃度場)変化に対する生体分子の、多様な応答変化を可能にさせているのでは、とも考えられる。

の歯車にランダムな外力をかけた場合、他の歯車が方向性のある運動を起こす「整流」や、かけられたトルクの変化の「記憶」といった事も実現される。

最後に本詳論で扱った系で見られた現象から、本研究会での議論の対象である複雑流体について、少々考える。今回扱った結合歯車系は非常に簡単な玩具でありながら、多体相互作用によるフラストレーションや、それによる運動のための閾値の存在（ビンガム性）を自然な形で内包している。現実の物質系でのこれらの性質の原因は、高分子の変形し易さ、電荷分布の非一様性、分子の形の異方性などによっておこる動的「絡まり」が主なものであろう。この「絡まり」が複雑なレオロジー特性、非線形な粘弾性や遅い緩和を引き起こす原因であり、ソフトマター系の動力学における最も重要かつ基本的な性質であろう。このことから、このての玩具遊びも、ソフトマター系、生体系の様々な側面の理解に対し、「絡まり」という入口から一つの道を広げているのでは、と楽観している。

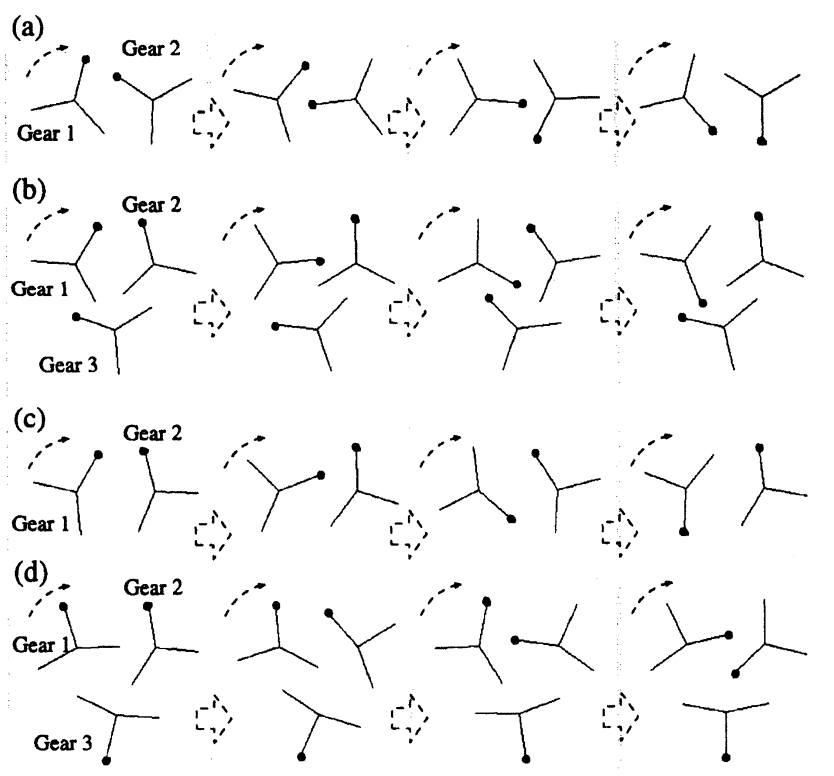


図 1: Typical temporal evolutions the system consists of (a)  $A = 70$  with the coupling P), (b)  $A = 70$  with the coupling T), (c)  $A = 7$  with the coupling P) and d)  $A = 7$  with the coupling T) ( $L = 1.8$ ). Broken allows indicate the direction of the torque.